

### Die $\mu$ - $\sigma$ -Regel

Die Risikoeinstellung des Entscheiders findet dadurch Berücksichtigung, dass auch die Standardabweichung berücksichtigt wird. Bei risikoaversen (risikoscheuen) Entscheidern sinkt die Attraktivität einer Alternative  $a_i$  mit zunehmender Standardabweichung. Bei risikofreudigen Entscheidern steigt die Attraktivität hingegen.

$$\max_i : \varphi_{ai} = \Phi(\mu_i, \sigma_i)$$

Eine mögliche Form der  $\mu$ - $\sigma$ -Regel ist zum Beispiel:

$$\Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i + \alpha \cdot \sigma_i$$

Für  $\alpha > 0$  gilt: Der Entscheider ist risikofreudig, eine Alternative mit einem höheren  $\sigma$  wird einer Alternative mit gleichem Erwartungswert  $\mu$  aber niedrigerem  $\sigma$  vorgezogen. Für  $\alpha < 0$  gilt: Der Entscheider ist risikoavers, eine Alternative mit niedrigerem  $\sigma$  wird einer Alternative mit gleichem Erwartungswert, aber höherem  $\sigma$  vorgezogen. Für  $\alpha = 0$  ist der Entscheider risikoneutral, die Standardabweichung  $\sigma$  hat keinen Einfluss auf die Bewertung der Alternativen. Voraussetzung: normalverteilte zukünftige Renditen oder quadratische Nutzenfunktion.

### Das Bernoulli-Prinzip

Bei der Anwendung des **B-P** müssen die Ergebnisse  $e_{ij}$  erst mit Hilfe einer Risikonutzenfunktion (RNF) in Nutzenwerte umgewandelt werden. Die individuelle RNF  $u(e_{ij})$  spiegelt dabei die Risikoeinstellung des Entscheiders wieder. Eine konkave RNF steht dabei für einen risikoaversen Entscheider, während eine konvexe Funktion einen risikofreudigen Entscheider abbildet. Maximiert wird der Erwartungswert der RNF.

$$\max_i : \varphi_{ai} = \sum_j w_j \cdot u(e_{ij})$$

Das Bernoulli-Prinzip ist im eigentlichen Sinne keine Entscheidungsregel, sondern nur ein Entscheidungsprinzip, da unter Umständen eine eindeutige Festlegung der Entscheidung nicht möglich ist.

### Die Risikoprämie $RP(L)$

bezeichnet denjenigen sicheren Abschlag auf den Erwartungswert  $E(L)$  einer Lotterie  $L$ , bei dem ein Entscheider, der diese Lotterie besitzt, indifferent ist, diese zu behalten oder abzugeben.

Am einfachsten kann die  $RP(L)$  eines Entscheiders über das **Sicherheitsäquivalent** ermittelt werden. Das  $S\check{A}$  einer Lotterie  $L$  ist derjenige sichere Betrag, bei dem der Entscheider, der die Lotterie  $L$  besitzt, indifferent ist, diese Lotterie zu behalten oder abzugeben.

Der Nutzen des Sicherheitsäquivalents  $U[SA(L)]$  entspricht somit dem erwarteten Nutzen der Lotterie  $E(U(L))$ .

Folglich gilt für die Risikoprämie:  $RP(L) = E(L) - S\check{A}(L)$ .

Risikoaversion:  $RP(L) > 0$  und  $S\check{A} < E(L)$

Risikofreude:  $RP(L) < 0$  und  $S\check{A} > E(L)$

### Beispiel

Ein Entscheider mit der Nutzenfunktion  $u(x) = \sqrt{x}$  besitzt ein sicheres Vermögen von 9 Geldeinheiten [GE] und eine Lotterie die mit einer Wahrscheinlichkeit  $p=0,5$  zu einem (zusätzlichen) Gewinn von 7 GE führt.

Der erwartete Nutzen der Lotterie ist:  $EU(L) = 0,5\sqrt{9} + 0,5\sqrt{16} = 0,5(3 + 4) = 3,5$

Das  $S\check{A}$  der Lotterie für den Entscheider, der über ein sicheres Vermögen von 9 GE verfügt, ist:

$$U[SA(L)] = EU(L) \iff \sqrt{9 + SA} = 3,5 \iff SA = 3,5^2 - 9 = 3,25$$

Die  $RP(L)$  des Entscheiders für die Lotterie ist somit:  $RP(L) = E(L) - S\check{A}(L) = 12,5 - 3,25 = 9,25 > 0$

Folglich ist der Entscheider risikoavers.

### Das Arrow/Pratt Maß

misst die Risikoaversion. Sei  $u(x)$  eine zweimal differenzierbare Nutzenfunktion, dann gilt

$$ARA(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$$

Je größer  $ARA(x)$ , desto risikoaverser.

**Beispiel:** 100 € sollen für ein Jahr angelegt werden. Zur Wahl stehen: eine Aktie ( $a_1$ ) oder der Sparstrumpf, der keine Zinsen abwirft ( $a_2$ ). Die möglichen Umweltzustände sind: Der Aktienkurs steigt ( $s_1$ ), er sinkt ( $s_2$ ) oder er bleibt gleich ( $s_3$ ). Die Ergebnismatrix sieht wie folgt aus:

|       | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$ | 120   | 80    | 100   |
| $a_2$ | 100   | 100   | 100   |

- die **Maximin-Regel**

ist sehr pessimistisch, es wird hierbei nur das jeweils **ungünstigste Ereignis** betrachtet, welches bei Wahl einer bestimmten Alternative  $i$  in den möglichen Umweltzuständen eintreten kann. Die Alternativen werden nur anhand dieses jeweils schlechtesten Ergebnisses (das jeweils bei verschiedenen Umweltzuständen eintreten kann) verglichen, alle anderen möglichen Ergebnisse einer Alternative werden nicht betrachtet.

$$\max_i : \varphi_{ai} = \min_j e_{ij}$$

Im Beispiel wählt der Entscheider den Sparstrumpf (Alternative 2), da  $e_{12} = 80 < e_{22} = 100$ .

- die **Maximax-Regel**

ist sehr optimistisch, hier wird jede Alternative nur anhand des Ergebnisses, das beim jeweils für diese Alternative **günstigsten Umweltzustandes** eintreten kann, beurteilt.

$$\max_i : \varphi_{ai} = \max_j e_{ij}$$

Im vorliegenden Beispiel wählt der Entscheider die Aktie (Alternative 1), da  $e_{11} = 120 > e_{21} = 100$ .

- die **Hurwicz-Regel**

erlaubt Kompromisse zwischen pessimistischen und optimistischen Entscheidungsregeln, weil der Entscheidungsträger dabei seine persönliche und subjektive Einstellung durch den so genannten **Optimismusparameter**  $\lambda$  (mit  $0 \leq \lambda \leq 1$ ) zum Ausdruck bringen kann.

$$\max_i : \varphi_{ai} = \lambda \cdot \max_j e_{ij} + (1 - \lambda) \min_j e_{ij}$$

Im vorliegenden Beispiel wählt der Entscheider für  $\lambda > 0,5$  die Aktie, für  $\lambda < 0,5$  den Sparstrumpf.

Bei  $\lambda = 0,3$  würde man sich also für die Alternative  $a_2$  entscheiden.

|       | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | <b>Hurwicz – Regel</b>                    |
|-------|-------|-------|-------|-------------------------------------------|
| $a_1$ | 120   | 80    | 100   | $(120 \times 0,3 + 80 \times 0,7) = 92$   |
| $a_2$ | 100   | 100   | 100   | $(100 \times 0,3 + 100 \times 0,7) = 100$ |

- die **Laplace-Regel**

Man nimmt an, dass die Eintrittswahrscheinlichkeiten der möglichen Ergebnisse einer Wahlmöglichkeit gleich sind. Die Wahlmöglichkeit, die dann das beste Ergebnis verspricht, wird ausgewählt, d.h. es wird diejenige Alternative gewählt, deren Erwartungswert maximal ist:

$$\max_i : \varphi_{ai} = \frac{1}{n} \sum_j e_{ij}$$

Annahme: Da keine Eintrittswahrscheinlichkeiten bezüglich der Umweltzustände bekannt sind, gibt es keinen Grund, anzunehmen, dass ein Umweltzustand wahrscheinlicher sei als ein anderer, daher müsse man von Gleichverteilung der Eintrittswahrscheinlichkeiten ausgehen. Damit berücksichtigt die Laplace-Regel sämtliche Umweltzustände bei der Bewertung der Alternativen. Im vorliegenden Beispiel ist der Entscheider indifferent zwischen der Aktie und dem Sparstrumpf.

- die **Savage-Niehans-Regel**

Die Beurteilung der Alternativen basieren dabei nicht auf der unmittelbaren Grundlage der Ergebnisse, sondern aufgrund entsprechender **Bedauernswerte**. Man wählt diejenige Alternative, welche das potentielle Bedauern minimiert (Regel des kleinsten Bedauerns), auch **Minimax-Regret-Regel** genannt.

**Beispiel:** Wenn Umweltzustand 1 eintritt (Aktie steigt), dann hätte man bei Wahl des Sparstrumpfes 20 verloren (Opportunitätskosten). Wenn Umweltzustand 2 eintritt (Aktie sinkt), dann hätte man bei Wahl der Aktie 20 verloren. Bei Umweltzustand 3 ist es egal, was ich gewählt hätte. Die Ergebnismatrix sieht dann wie folgt aus:

|       | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $a_1$ | 0     | 20    | 0     |
| $a_2$ | 20    | 0     | 0     |

Zur Auswahl der besten Alternative muss man zeilenweise den größten Wert suchen (maximales Bedauern) und dann die Alternative (Zeile) wählen, die den kleinsten Wert aufweist (maximales Bedauern minimieren).